

GM4

Étude de modèle de Lotka–Volterra

sujet proposé et dirigé par V. Salnikov

Pré-requis : les notions d’analyse qualitative des systèmes dynamiques, solution numérique des systèmes des équations différentielles.

Introduction. Le but de ce projet est d’étudier les équations de Lotka–Volterra qui représentent l’un des modèles classiques de dynamiques des populations. Ce modèle est souvent représenté sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(a - by) \\ \dot{y} &= -y(c - dx). \end{aligned} \tag{1}$$

1. Interpréter le système (1) en termes d’interaction des deux espèces (proies et prédateurs) sur le même territoire. Expliquer la signification des constants a, b, c, d .

2. A l’aide des portraits de phase donner la description qualitative des solutions de ce système. Observer l’intégrale première (la quantité préservée le long des solutions) de ce système.

3. Proposer l’extension de modèle (1) pour le cas des ressources finies. Décrire les différences clefs.

Méthode. L’approche utilisée est essentiellement l’intégration numérique des systèmes des équations différentielles. Vous êtes libre de choisir la méthode appropriée. Le programme sera écrit a priori en langage C ou FORTRAN et devra être suffisamment commenté et structuré. Pour visualiser les résultats de calcul on peut utiliser les outils natifs de langage C ainsi que les moyens de système d’exploitation ou les bibliothèques Matlab.