

GM4

Visualisation des portraits de phase

sujet proposé et dirigé par V. Salnikov

Pré-requis : les notions d'analyse qualitative des systèmes dynamiques, solution numérique des systèmes des équations différentielles.

Introduction. Le but de ce projet est d'illustrer les différents types des portraits de phase pour les systèmes des équations différentielles de premier ordre avec deux variables ou de deuxième ordre avec une variable.

1. Pour commencer on étudie les systèmes linéaires $\dot{\mathbf{x}} = A(\mathbf{x})$, où $\mathbf{x}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ et $A \in Mat_2(\mathbb{R})$ ou bien les équations $a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = 0$, tous à coefficients constants. Il faut donner des exemples de tels systèmes/équations qui correspondent aux différents types des portraits de phase (foyer, centre...)

2. Après on étudie les systèmes de la forme $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v}(\mathbf{x})$ ou $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ c'est-à-dire non-linéaires et éventuellement non-autonomes. Il faut donner des exemples de tels systèmes avec plusieurs points fixes, étudier les portraits de phase et reconnaître les portraits de la première partie pour les systèmes linéarisés autour des points fixes. Ces exemples peuvent être issus des systèmes Hamiltoniens.

Méthode. L'approche utilisée est essentiellement l'intégration numérique des systèmes des équations différentielles. Vous êtes libre de choisir la méthode appropriée. Le programme sera écrit a priori en langage C ou FORTRAN et devra être suffisamment commenté et structuré. Pour visualiser les résultats de calcul on peut utiliser les outils natifs de langage C ainsi que les moyens de système d'exploitation ou les bibliothèques Matlab.